

n を 3 以上の整数とする。 k を整数としたとき、

$k < a < b < c \leq k + n$ を満たす整数 a, b, c の選び方の総数を n の式で表せ。

(2025 年 北海道大学理系)

こちらは 2025 年の北海道大学理系学部数学第問 4 の(1)になります。

場合の数分野からの出題なのですが、実はこの問題、数学 A の教科書にも載っているような有名典型問題と土台が同じです。

以下のような問題です。

さいころを 3 回振り出た目をそれぞれ a, b, c とする。

このとき、 $a < b < c$ となるような目の出方は何通りあるか。

こちらの問題は樹形図を描けば中学数学の内容ですが、さいころを振る回数が増えた場合大変になるので以下の解法を身に着けたいものです。

(解) 求める目の出方の総数は数字 1~6 の中から 3 つを選ぶ選び方の総数と一致するので、

$${}_6C_3 = 20 \text{ (通り)}$$

たったこれだけなんです。この事実は実際に 3 回のさいころの目の出方を具体的に書き上げれば確認できます。大小が決まっているということと、この C という記号はとても相性が良いです。

上の北海道大学の問題を見たときにこの問題と同じだ！！

としっかり見抜くことができたでしょうか。

k とか n とか文字が入ってしまっていますが、これが具体的な数字だったら？

試しに $k = 1, n = 5$ のように実験して考えてみてほしいです。

それでは解答に移っていきます。

(北海道大学の問題の解答)

$k < a < b < c \leq k + n$ を満たす整数 a, b, c の選び方の総数は、 $k + 1$ 以上 $k + n$ 以下の n 個

の整数の中から3つの整数を選ぶ場合の数に等しいので、
求める総数は、

$${}_n C_3 = \frac{n \ n - 1 \ n - 2}{3!} = \frac{1}{6} n \ n - 1 \ n - 2$$

である。

どうでしょうか。上の教科書例題とほとんど同じです。

ですがこの問題や上の教科書例題でも記号Cを使うという発想に至れない生徒が多いというのが現状です。

教科書例題のように初学で扱う問題であっても大切な考え方を教えてくれる問題はたくさんあります。そういった問題からしっかり学び取れる部分を学び自身の力にするべく日頃の学習を大切にしていってほしいと思いますし、そういった日頃の学習の手助けをするべく私たち授業をしています。